АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ С ТРЕХТОЧЕЧНЫМИ ГРАНИЧНЫМИ УСЛОВИЯМИ С ПРИМЕНЕНИЕМ К ДОБЫЧЕ НЕФТИ ГАЗЛИФТНЫМ СПОСОБОМ*

Н.И. Велиева, М.М. Муталлимов, Ш.А. Фараджева

[1]Институт Прикладной Математики, БГУ, Баку, Азербайджан
e-mail: nailavi@rambler.ru

Резюме. Исследуется задача оптимального управления с трехточечными граничными условиями, которые имеют неразделенность при внутренних и конечных точках интервала. Такой способ задания краевых условий вызван наличием ряда конкретных прикладных задач, в том числе с применением к добыче нефти газлифтным способом. Для исследования и управления режимами работы скважины, эксплуатируемой газлифтным способом, разработан вычислительный алгоритм.

Ключевые слова: газлифт, газожидкостная смесь, функция Гамильтона, трехточечные краевые условия, градиент функционала.

AMS Subject Classification: 49J15, 49J35

1. Введение

Одним из механизированных способов эксплуатации нефтяных скважин является газлифт [17, 18].

В газлифтных системах скважинное оборудование и наземные объекты находятся в тесной взаимосвязи. Поскольку характеристики скважины и условия в ней, подобно пластовому давлению, постоянно меняются, эксплуатационные операции со временем тоже изменяются. Этот метод позволяет поднять на поверхность земли газо-жидкостную смесь за счет энергии подаваемого газа, которую в свою очередь можно использовать как управляющий параметр при добыче нефти.

Для постановки соответствующей задачи оптимального управления процесса газлифта необходимо создать математическую модель эксплуатации нефтяных скважин газлифтным способом. В работе [7, 13] построена математическая модель газлифтного процесса. На основе этой модели в работах [5, 6, 14] разработан алгоритм для решения задачи построения программных траекторий и управления при добыче нефти. А в работах [4, 5, 10,13] рассмотрена задача оптимальной стабилизации и разработан алгоритм построения оптимальных регуляторов при добыче нефти. Далее, в работах [2, 5] разработан асимптотический метод решения задачи построения

* Работа была представлена на семинаре Института Прикладной Математики 18.10.2016

оптимальных режимов газлифтного процесса. В работах [1, 3, 10] разработаны методы и алгоритмы вычисления гидравлического сопротивления при движении газожидкостной смеси (ГЖС) в подъемнике газлифтной скважины. Одной из основных задач газлифтного процесса является передача газожидкостной смеси, оборудованной на дне подъемника в виде дебета полного объема. Практика показывает, что только примерно 37% оборудованная ГЖС выходит из скважины в виде дебита. Чтобы увеличить этот процесс, в работах [9,11,12,15] для упрощенной модели предложены граничные условия, которые позволяют теоретически увеличить дебит до 97%. В этой работе такая методика применяется для математической модели основной задачи. Для добычи максимального дебита с минимальным начальным объемом газа предполагается, что в начале и в конце подъемника объемы газо-жидкостной смеси равны (т.е. требуется удовлетворение условия периодичности) ГЖС, направленной из зоны смешения к выходу скважины, передается не полностью.

Используя разработанную математическую модель и, применяя метод прямых, получается линейно-квадратичная задача оптимального управления, для которой, в отличие от первоначальной задачи, можно применять известные методы решения оптимального управления. На основе этого метода лежит предположение о том, что насосно-компрессорные трубы состоят из конечного числа отрезков определенной длины, в пределах каждого из которых получаются обыкновенные дифференциальные уравнения. В качестве управляющего параметра используется закачка газа и в качестве минимизируемого функционала - функционал, зависящий от подаваемого газа и дебита скважины. Задача оптимального управления состоит в минимизации объема закачиваемого газа и получение максимального значения дебита скважины .

Рассмотрена задача оптимального управления с трехточечными граничными условиями, которые имеют неразделенность при внутренних и конечных точках интервала. Предложен алгоритм решения данной задачи.

2. Постановка задачи

В непрерывном газлифтном способе эксплуатации скважин закачка газа осуществляется постоянно. Математическая модель работы газлифтной скважины для пузырьковых газожидкостных структур приближенно описывается следующей линейной системой дифференциальных уравнений в частных производных, т.е. газлифтный процесс описывается системой

$$\begin{cases} \dfrac{\partial P}{\partial t} = -\dfrac{c^2}{F}\dfrac{\partial Q}{\partial x} & t \geq 0, \\ \dfrac{\partial Q}{\partial t} = -F\dfrac{\partial P}{\partial x} - 2aQ & x \in [0,2l] \end{cases} \tag{1}$$

где $t \geq 0,\ x \in [0,2L]$, F площадь поперечного сечения насосно-компрессорных труб по оси x (глубина скважин), c – скорость звука в газе и ГЖС, a - ускорение свободного падения и гидравлического сопротивления, P и Q соответственно избыточное давление и скорость изменения объема жидкости.

Коэффициенты в (1) F , c , a определяются следующим образом

$$F = \begin{cases} F_1 & x \in (0,L) \\ F_2 & x \in [L,2L] \end{cases};\ c = \begin{cases} c_1 & x \in (0,L) \\ c_2 & x \in [L,2L] \end{cases};\ a = \begin{cases} a_1 & x \in [0,L) \\ a_2 & x \in [L,2L] \end{cases}.$$

Допустим, что труба скважины длиной L состоит из N-го количества отрезков длины l $\left(k = \overline{1,N}\right)$. Если допустить, что в пределах каждого отрезка

$\dfrac{\partial P}{\partial x} \approx \dfrac{P_k - P_{k-1}}{l}$ и $\dfrac{\partial Q}{\partial x} \approx \dfrac{Q_k - Q_{k-1}}{l}$, $l = \dfrac{L}{N}$, $k = \overline{1,2N}$ то систему (1) можно написать в виде следующей системы обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} \frac{dP_k}{dt} &= -\frac{c^2}{Fl}(Q_k - Q_{k-1}), \\ \frac{dQ_k}{dt} &= -\frac{F}{l}(P_k - P_{k-1}) - 2aQ_k \end{aligned} \qquad k = \overline{l,2N}. \tag{2}$$

За первые N отрезков берется затрубное пространство, куда подается газ, а за следующие N отрезков - кольцевое пространство. Тогда, для $k = \overline{1,N}$ области мы получим

$$\frac{dP_1}{dt} = -\frac{c_1^2}{F_1 l}(Q_1 - Q_0) = -\frac{c_1^2}{F_1 l}Q_1 + \frac{c_1^2}{F_1 l}Q_0$$

$$\frac{dQ_1}{dt} = -\frac{F_1}{l}(P_1 - P_0) - 2a_1 Q_1 = -\frac{F_1}{l}P_1 - 2a_1 Q_1 + \frac{F_1}{l}P_0$$

……………………………………………

$$\frac{dP_2}{dt} = \frac{c_1^2}{F_1 l}(Q_2 - Q_1) = -\frac{c_1^2}{F_1 l}Q_2 + \frac{c_1^2}{F_1 l}Q_1$$

$$\frac{dQ_2}{dt} = -\frac{F_1}{l}(P_2 - P_1) - 2a_1Q_2 = -\frac{F_1}{l}P_2 - 2a_1Q_2 + \frac{F_1}{l}P_1$$

……………………………………………

$$\frac{dP_N}{dt} = \frac{c_1^2}{F_1 l}(Q_N - Q_{N-1}) = -\frac{c_1^2}{F_1 l}Q_N + \frac{c_1^2}{F_1 l}Q_{N-1}$$

$$\frac{dQ_N}{dt} = -\frac{F_1}{l}(P_N - P_{N-1}) - 2a_1Q_N = -\frac{F_1}{l}P_N - 2a_1Q_N + \frac{F_1}{l}P_{N-1}\ .$$

Отметим, что в этих уравнениях функции $Q_0(t), P_0(t)$ соответствуют объемному расходу и давлению закачиваемого газа в кольцевое пространство, с помощью которых будет управляться газлифтный процесс. На дне подъемника объемный расход и давление можно представить в виде

$$\tilde{P}_N = P_n + P_{Pl}\ , \quad \tilde{Q}_N = Q_n + Q_{Pl}\ . \tag{3}$$

Если учитывать соотношение (3) в (2), то получим следующие уравнения, которые характеризуют этот процесс в подъемнике, т.е. для $k = \overline{N+1, 2N}$ области мы получим

$$\frac{dP_{N+1}}{dt} = -\frac{c_2^2}{F_2 l}(Q_{N+1} - \tilde{Q}_N)\ ,$$

$$\frac{dQ_{N+1}}{dt} = -\frac{F_2}{l}(P_{N+1} - \tilde{P}_N) - 2a_2Q_{N+1}\ ,$$

$$\frac{dP_{N+1}}{dt} = -\frac{c_2}{F_2 l}Q_{N+1} + \frac{c_2^2}{F_2 l}Q_N + \frac{c_2^2}{F_2 l}Q_{Pl}\ ,$$

$$\frac{dQ_{N+1}}{dt} = -\frac{F_2}{l}P_{N+1} + \frac{F_2}{l}P_N - 2a_2Q_{N+1} + \frac{F_2}{l}P_{Pl}\ ,$$

$$\frac{dP_{N+2}}{dt} = -\frac{c_2^2}{F_2 l}Q_{N+1} + \frac{c_2^2}{F_2 l}Q_N + \frac{c_2^2}{F_2 l}Q_{Pl}\ ,$$

$$\frac{dQ_{N+2}}{dt} = -\frac{F_2}{l}(P_{N+2} - Q_{N+1}) - 2a_2Q_{N+2}\ ,$$

……………………………………

$$\frac{dP_{2N}}{dt} = -\frac{c_2^2}{F_2 l}(Q_{2N} - Q_{2N-1})\ ,$$

$$\frac{dQ_{2N}}{dt} = -\frac{F_2}{l}(P_{2N} - P_{2N-1}) - 2a_2Q_{2N}\ .$$

Соответствующие начальные условия будут иметь следующий вид:

$$P_k(t_0) = P_k^0, \quad Q_k(t_0) = Q_k^0 \quad , \quad k = \overline{0{,}2N} \ . \tag{4}$$

Получаем обычную задачу Коши для систем обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Тогда задачу (2)-(4) можно представить в следующей матричной форме

$$\dot{x} = Fx + Gu + \vartheta \qquad x(0) = x^0, \tag{5}$$

$$Q_N(\tau) = Q_{2N}(T), \quad \tau < T \ . \tag{6}$$

Условие (6) фактически обеспечивает выкачивание без потери ГЖС на подъемнике , где

$$F = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{c_1^2}{F_1 l} & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & & 0 \\ -\frac{F_1}{l} & -2a_1 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{c_1^2}{F_1 l} & 0 & -\frac{c_1^2}{F_1 l} & \ldots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{F_1}{l} & 0 & -\frac{F_1}{l} & -2a_1 & \ldots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & \ldots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & \frac{c_2^2}{F_2 l} & 0 & -\frac{c_2^2}{F_2 l} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & -\frac{F_2}{l} & -2a_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & \frac{c_2^2}{F_2 l} & 0 & -\frac{c_2^2}{F_2 l} \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & \frac{F_2}{l} & 0 & -\frac{F_2}{l} & -2a_2 \end{bmatrix} \tag{7}$$

$$G = \begin{bmatrix} \frac{c_1^2}{F_1 l} & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{F_1}{l} & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}' \tag{8}$$

$$\vartheta = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & \dfrac{c_2^2}{F_2 l} & 0 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots \dfrac{F_2}{l} & 0 \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} Q_{Pl} \\ P_{pl} \end{bmatrix}$$

$$u = \begin{bmatrix} Q_0 \\ P_0 \end{bmatrix}$$

$$x = [P_1, Q_1, ..., P_N, Q_N, P_{N+1}, Q_{N+1}, ..., P_{2N}, Q_{2N}]'$$

$$x^0 = [P^0{}_1, Q_1^0, ..., P_N{}^0, Q_N{}^0, P^0{}_{N+1}, Q^0{}_{N+1}, ..., P^0{}_{2N}, Q^0{}_{2N}]' .$$

Задача оптимального управления газлифтного процесса состоит в том, что, используя в качестве управляющего воздействия давление или объем закачиваемого газа, необходимо выполнение условия (6) добиться получение необходимого дебита и при этом минимизировать закачиваемый газ. Это требование математически означает минимизацию следующего функционала [8,16]:

$$J = \frac{1}{2} x'(\tau) S_f x(\tau) + \frac{1}{2} \int_0^T \left[x'(t) R x(t) + u'(t) C u(t) \right] dt \quad . \tag{9}$$

Обозначив

$$A = [0,0,...,1,0,0,...,0], \quad B = [0,0,...,0,0,0,...,1],$$

тогда условие (6) примет следующий вид

$$Ax(\tau) = Bx(T) \quad , \tag{10}$$

где

$R = R' < 0,\ C = C' > 0,\ S_f = S_f' < 0$ данные матрицы соответствующий размерности.

Решение задачи (5), (9), (10) сводится к минимизации функционала (9).

3. Решение задачи оптимизации (5), (9), (10)

Для решения задачи формируется вспомогательный критерий качества т.е. в функционал (9) прибавляется (5) с некоторым множителем $\lambda(t)$ в следующим виде

$$\bar{J} = \frac{1}{2}x'(T)S_f x(T) + \nu'\left[Ax(\tau) - Bx(T)\right] + \frac{1}{2}\int_0^T \left[x'(t)Rx(t) + u'(t)Cu(t)\right]dt +$$
$$+\int_0^T \lambda' \left[Fx(t) + Gu(t) + \vartheta - \dot{x} \right]dt \tag{11}$$

После некоторых преобразований функционал (11) примет следующий вид [8, 16]

$$\bar{J} = \frac{1}{2}x'(T)S_f x(T) + \nu'\left[Ax(\tau) - Bx(T)\right] + \lambda'(0)x(0) - \lambda'(\tau-0)x(\tau) + \lambda'(\tau+0)x(\tau) -$$
$$-\lambda'(T)x(T) + \int_0^T \left\{ \frac{1}{2}\left[x'(t)Rx(t) + u'(t)Cu(t)\right] + \lambda'\left[Fx(t) + Gu(t) + \vartheta \right] + \dot{\lambda}'(t)x(t) \right\}dt. \tag{12}$$

Обозначим функцию Гамильтона

$$H = \frac{1}{2}\left[x'(t)Rx(t) + u'(t)Cu(t)\right] + \lambda'\left[Fx(t) + Gu(t) + \vartheta \right].$$

Тогда

$$\bar{J} = \frac{1}{2}x'(T)S_f x(T) + \nu'\left[Ax(\tau) - Bx(T)\right] + \lambda'(0)x(0) - \lambda'(\tau-0)x(\tau) +$$
$$+\lambda'(\tau+0)x(\tau) - \lambda'(T)x(T) + \int_0^T \left\{ H(x,u,\lambda) + \lambda'(t)x(t) \right\}dt. \tag{13}$$

Используя необходимые условия оптимальности [9, 17], имеем

$$\frac{\partial H(t,x,u,\lambda)}{\partial u(t)} = u'C + \lambda'G = 0.$$

Тогда управление определяется в виде

$$u = -C^{-1}G'\lambda, \tag{14}$$

Учитывая (14) в (5) получим

$$\dot{x} = Fx - GC^{-1}G'\lambda(t) + \vartheta, \quad x(0) = x^0 \quad . \tag{15}$$

Из соотношения

$$\frac{\partial \bar{J}}{\partial x(t)} = 0$$

получим

$$\dot{\lambda}(t) = -Rx(t) - F'\lambda(t). \tag{16}$$

Далее, из

$$\frac{\partial \bar{J}}{\partial x(\tau)} = 0$$

имеем

$$\lambda(\tau+0)=\lambda(\tau-0)-A'\nu \quad .$$

Аналогично предыдущим рассуждениям из $\frac{\partial \bar{J}}{\partial x(T)}=0$ получим

$$\lambda(T)=-S'_f x(T)-B'\nu \quad .$$

Рассмотрим следующие случаи:

а). Предположим, что $\vartheta=0$.

Тогда уравнение Эйлера-Лагранжа для задачи (5), (8), (9) в компактной форме будет иметь нижеследующий вид

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\lambda} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} F & -GC^{-1}G' \\ -R & -F' \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ \lambda \end{bmatrix}. \tag{17}$$

Обозначая

$$H=\begin{bmatrix} F & -GC^{-1}G' \\ -R & -F' \end{bmatrix} \tag{18}$$

получим

$$\begin{bmatrix} x \\ \lambda \end{bmatrix}=e^{Ht}\begin{bmatrix} x(0) \\ \lambda(0) \end{bmatrix} . \tag{19}$$

Отсюда следует

$$\begin{bmatrix} x(\tau) \\ \lambda(\tau-0) \end{bmatrix}=e^{H\tau}\begin{bmatrix} x(0) \\ \lambda(0) \end{bmatrix} , \tag{20}$$

$$\begin{bmatrix} x(T) \\ \lambda(T) \end{bmatrix}=e^{H(T-\tau)}\begin{bmatrix} x(\tau) \\ \lambda(\tau+0) \end{bmatrix} . \tag{21}$$

Обозначим

$$e^{H\tau}=\begin{bmatrix} H_{11}^1 & H_{12}^1 \\ H_{21}^1 & H_{22}^1 \end{bmatrix}, \quad e^{H(T-\tau)}=\begin{bmatrix} H_{11}^2 & H_{12}^2 \\ H_{21}^{'2} & H_{22}^{'2} \end{bmatrix}, \tag{22}$$

и

$$z'=[\lambda(0), x(\tau), \lambda(\tau-0), \lambda(\tau+0), x(T), \lambda(T), \nu] , \tag{23}$$

то получаем линейную алгебраическую систему уравнений

$$M\, z=e , \tag{24}$$

где

$$M=\begin{bmatrix} 0 & 0 & -E & E & 0 & 0 & A' \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_f & -E & B' \\ 0 & A & 0 & 0 & -B & 0 & 0 \\ -H_{12}^1 & E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -H_{22}^1 & 0 & E & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & H_{11}^2 & 0 & -H_{12}^2 & E & 0 & 0 \\ 0 & -H_{21}^2 & 0 & -H_{22}^2 & E & 0 & 0 \end{bmatrix};\ e=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ H_{11}^{'}x_0 \\ H_{21}^{'}x_0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \qquad (25)$$

Таким образом, решение задачи (5), (8), (9) сводится к решению линейно алгебраической системы уравнения (24). Тем самым можно предложить следующий алгоритм решения поставленной задачи:

1. Даны x^0, $c, L, a, R, C, S_f, T, \tau$.
2. Сформируем G, F с помощью (7) и (8).
3. С помощью (18) получаем H.
4. Формируем матрицы $\begin{bmatrix} H_{11}^1 & H_{12}^1 \\ H_{21}^1 & H_{22}^1 \end{bmatrix}$ и $\begin{bmatrix} H_{11}^2 & H_{12}^2 \\ H_{21}^{'2} & H_{22}^{'2} \end{bmatrix}$.
5. Формируется вектор e и матрица M по формуле (25).
6. Решаем уравнение (24) и находим вектор Z .
7. Решив систему дифференциальных уравнений (17) на $[0\ \ \tau),\ (\tau\ T)$ и определяем $x(t), \lambda(t)$.
8. По формуле (14) определяем искомое управляющее воздействие $u(t)$.

б). Допустим , что $\vartheta \neq 0$. Тогда уравнение Эйлер-Лагранжа примет вид

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\lambda} \end{bmatrix} = H\begin{bmatrix} x \\ \lambda \end{bmatrix} + \bar{\theta};\quad \bar{\theta} = \begin{bmatrix} \vartheta \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x(\tau) \\ \lambda(\tau-0) \end{bmatrix} = e^{H\tau}\begin{bmatrix} x(0) \\ \lambda(0) \end{bmatrix} + \int_0^\tau e^{H(\tau-s)}ds * \bar{\theta} .$$

Обозначая

$$\int_0^\tau e^{H(\tau-s)}ds = H^{-1}e^{H\tau}(E-e^{-H\tau}) = \begin{bmatrix} H_{11}^3 & H_{12}^3 \\ H_{21}^3 & H_{22}^3 \end{bmatrix}$$

то имеем

$$\begin{bmatrix} x(\tau) \\ \lambda(\tau-0) \end{bmatrix} = e^{H\tau} \begin{bmatrix} x(0) \\ \lambda(0) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} H_{11}^3 & H_{12}^3 \\ H_{21}^3 & H_{22}^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vartheta \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Аналогично,

$$\begin{bmatrix} x(T) \\ \lambda(T) \end{bmatrix} = e^{H(T-\tau)} \begin{bmatrix} x(\tau) \\ \lambda(\tau+0) \end{bmatrix} + \int_{\tau}^{T} e^{H(T-\tau-s)} ds * \bar{\theta}.$$

Далее, обозначая

$$\int_{\tau}^{T} e^{H(T-\tau-s)} ds = H^{-1} e^{-H\tau} (E - e^{-H(T-\tau)}) = \begin{bmatrix} H_{11}^4 & H_{12}^4 \\ H_{21}^4 & H_{22}^4 \end{bmatrix},$$

имеем

$$\begin{bmatrix} x(T) \\ \lambda(T) \end{bmatrix} = e^{H(T-\tau)} \begin{bmatrix} x(\tau) \\ \lambda(\tau+0) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} H_{11}^4 & H_{12}^4 \\ H_{21}^4 & H_{22}^4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vartheta \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Таким образом, в случае $\vartheta \neq 0$ мы получаем систему линейных алгебраических уравнений

$$M z = e_1,$$

где M определяется как (25) , а e_1 имеет следующий вид

$$e_1 = [0,0,0, H_{11}^1 x_0 + H_{11}^3 \theta, H_{21}^1 * x_0 + H_{21}^3 \theta, H_{11}^4 \theta, H_{21}^4 \theta]'.$$

Пример.

В качестве примера возьмем конкретные характеристики одной определенной скважины из данных промыслов. Здесь $l = 1485\,м,$ $c-$ скорость звука в газе и ГЖС

$$C = \begin{cases} 331 \text{ м/сек при } (0,l) \\ 850 \text{ м/сек при } (l,2l) \end{cases}$$

F площадь поперечного сечения насосно-компрессорных труб по оси x (глубина скважин)

$$F = \begin{cases} 0.006 & x \in (0,L) \\ 0.0042 & x \in [L,2L] \end{cases},$$

а- ускорение свободного падения и гидравлического сопротивления

$$a = \begin{cases} 0.1008 & x \in [0,L) \\ -89.7728 & x \in [L,2L] \end{cases}$$

P и Q соответственно избыточное давление и скорость изменения объема жидкости.

В начале процесса газлифта имеется определенное значение давления на забое, которое можно вычислить посредством высоты столбца жидкости и затем использовать его в качестве начального условия. В данном случае

$$R = 10^{-5}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

$x^0 = [P_1^0, Q_1^0, P_2^0, Q_2^0, P_3^0, Q_3^0, P_4^0, Q_4^0]' = [5177500\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ ]'$;

$\tau = 0.0125;\ T = 0.025$

При таких исходных данных получена нижеследующая таблица

T	0	0.0050	0.01	0.015	0.02	0.025
Q_0(t)	6.6632	3.0107	0.666	2.1123	2.0892	2.0815
P_0(t)	0.00305	0.0024	0.01832	0.0012	0.0613	0.000
P_{2l}(t)	0	0.00	0.00	0.8877	2.1784	5.3459

Здесь

$Q(\tau) = 18.9957;\ Q(T) = 18.7264$, $|Q(\tau) - Q(T)| = 0.26$

который отличается в 10^{-2} порядке.

Авторы выражает благодарность академику Ф. А. Алиеву за постановку задачи, постоянную поддержку и внимание к работе.

4. Заключение

Исследована задача оптимального управления с трехточечными граничными условиями, в которой имеется неразделенность во внутренних и конечных точках интервала с применением к добыче нефти газлифтным способом. Разработан вычислительный алгоритм для решения поставленной задачи.

Литература

1. Aliev F.A., Ismailov N.A., Inverse problem to determine the hydraulic resistance coefficient in the gas lift process, Appl. Comput. Math., Vol.12, No.3, 2013, pp.306-313.
2. Aliev F.A., Ismailov N.A., Namazov A.A., Asymptotic method for finding the coefficient of hydraulic resistance in lifting of fluid on tubing, Journal of Inverse and Ill-posed Problems, Vol.23, No.5, 2015, pp.511–518

3. Aliev F.A., Ismailov N.A., Temirbekova N.L., Extermal solution of the problem of the choice of optimum modes for gaz-lift process, Appl.Comput. Math., Vol.11, No.3, pp.348-357.
4. Aliev F.A., Mutallimov M.M.,Ismailov N.A., MF Radzhabov, Algorithms for constructing optimal controllers for gaslift operation, Automation and Remote Control,, 2012, Vol.73, No.8, pp.279-289.
5. Алиев Н.А., Алиев Ф.А., Кулиев А.П., Ильясов М.Х., Метод рядов в решении одной краевой задачи для системы уравнений гиперболического типа, возникающих при добыче нефти, Proceedings of IAM, Vol.2, No.2, 2013, pp.113-123.
6. Алиев Н.А., Алиев Ф.А., Муталлимов М.М., Тагиев Р.М., Алгоритм построения модели Россера для газлифтного процесса при добыче нефти, Proceedings of IAM, Vol.3, No.2, 2014, pp.185-195.
7. Алиев Ф.А, Ильясов М.Х, Нуриев НБ Проблемы математического моделирования, оптимизации и управления газлифта, Доклады НАН Азербайджана, 2009, No.4, с. 43-57.
8. Алиев Ф.А., Методы решения прикладных задач оптимизации динамических систем, Баку, Elm, 1989, 320 с.
9. Алиев Ф.А., Исмайлов Н.А., Алгоритмы построение оптимальных периодических режимов в газлифтном процессе, Доклады НАН Азерб., No.2, 2013, с.171-179.
10. Алиев Ф.А., Исмаилов Н.А., Гасымов Ю.С., Намазов А.А., Об одной задаче идентификации по определению параметров динамических систем, Proceedings of IAM, Vol.3, No.2, 2014, с.139-152.
11. Алиев Ф.А., Исмаилов Н.А., Задачи оптимизации с периодическим краевым условием и граничным управлением в газлифтных скважинах, Нелинейные колебания, 2014, т.17, No. 2, с.151-160.
12. Алиев Ф.А., Минимаксное решение задачи выбора оптимальных режимов газлифта, Доклады НАН Азерб., 2010, No.4, с. 27-36.
13. Алиев Ф.А., Ильясов М.Х., Джамалбеков М.А., Моделирование работы газлифтной скважины, Доклады НАН Азербайджана, 2008, No.4, с. 30-41.
14. Алиев Ф.А., Ильясов М.Х., Нуриев Н.Б., Задачи моделирования и оптимальной стабилизации газлифтного процесса, Прикладная механика, 2010 ,Vol. 46, No.6, с. 113-122.
15. Бахтизин Р.Н., Латыпов А.Р., Оценка порядка линейных объектов по экспериментальной информации, Автомат. и телемех., 1992,No.3, с.108–112.
16. Брайсон А., Хо-Ю-Ши, Прикладная Теория Оптимального Управления. М.: Мир,1972, 544 с.

17. Мирзаджанзаде А.Х., Ахметов И.М., Хасаев А.М., Гусев В.И., Технология и техника добычи нефти, М.: Недра, 1986.
18. Шуров В.И., Технология и Техника Добычи Нефти, Москва, Недра, 1983, 510 с.

Üç nöqtəli sərhəd şərtli optimal idarəetmə məsələsinin həll alqoritmi və neftin qazlift üsulu ilə çixarilmasina tətbiqi

N.İ. Vəliyeva, M.M. Mütəllimov, Ş.A. Fərəcova

XÜLASƏ

Daxili və son nöqtələrdə ayrılmayan üç nöqtəli sərhəd şərtli optimal idarəetmə məsələsinin həll alqoritmi verilib. Belə sərhəd şərtli məsələlər bir sıra tətbiqi məsələlərə o cümlədən neftin qaz lift üsulu ilə çıxarılmasına tətbiq olunub.

Açar sözlər: qazlift, qaz-maye qarışığı, üçölçülü sərhəd şərtləri, funksionalın qradienti.

Algorithm to solution of the optimal control problem with three point boundary conditions with applications to the oil extraction by gaslift method

N.I. Velieva, M.M. Mutallimov, Sh.A. Faradjova

ABSTRACT

The problem of optimal control with three-point boundary conditions, with unseparabilities in the internal and end points of the interval is considered. This problem is stimulated by the wide applications, in partucular to the oil extraction by gaslift method. Computational algorithm is developed.

Keywords: gas-lift, gas-liquid mixture, three point boundry conditions, the functional gradient.